

基于抽取技术的二维密集频率估计方法

李 靖, 王树勋, 汪 飞

(吉林大学通信工程学院, 吉林长春 130025)

摘 要: 本文研究了有色噪声背景下的密集频率估计问题, 提出了一种采用二维抽取技术估计密集频率的新方法. 利用时域抽取增加频率间隔的能力, 基于二维谐波信号模型, 本方法对二维密集频率进行了有效的分离, 并利用改进的二维矩阵束方法对分离后的二维密集频率进行了准确的估计. 本文所提出的方法简单易行, 解决了现有二维频率估计方法对密集频率估计失效的问题. 仿真结果验证了本方法的有效性.

关键词: 二维密集频率; 有色噪声; 高阶统计量; 二维抽取; 过采样

中图分类号: TN911. 72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 09-1670-05

Two Dimensional Closely Spaced Frequencies Estimation Using Decimation Technique

LI Jing, WANG Shu-xun, WANG Fei

(Institute of Communication Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130025, China)

Abstract: Based on the two dimensional harmonic model, this paper studies the problem of estimating the frequencies of closely spaced complex exponentials in the presence of colored noise, and presents a new estimation approach using the two dimensional decimation technique. By using the capability of decimation in the time domain to increase the frequency intervals, the proposed method first separates the frequencies in the frequency domain, and then gives the exact frequency estimations by using the improved two dimensional matrix pencil method. The proposed method is easy to realize and has successfully improved the performance of the existing two dimensional frequency estimation methods in the case of closely spaced frequencies. Simulations are provided to show its performances.

Key words: two dimensional closely spaced frequencies; colored noise; higher order cumulant; two dimensional decimation; over sampling

1 引言

噪声背景下的二维谐波频率估计问题是信号处理中的一个典型问题, 广泛存在于雷达, 声纳, 生物医学和地球物理等领域中. 针对各种噪声背景, 已提出了许多高分辨率的解决方法. 文献[1~4]中所提出的方法, 如信号子空间方法, 矩阵束方法, 线性预测法等, 被认为是白噪声背景下十分有效的频率估计方法. 当加性噪声为有色噪声时, 针对有色噪声的统计特性, 利用二阶或高阶统计量, 提出了许多二维频率估计方法, 如文献[5]提出了适用于MA模型有色噪声背景下的二维谐波频率估计方法.

当二维谐波信号各分量频率在频域上十分接近, 即具有密集频率时, 上述各种高分辨率的二维谐波频率估计方法虽然可以将信号与噪声分离, 但由于受到频率分辨率的限制, 无法对各频率分量进行准确的估计^[6]. 若对谐波信号进行过采样, 虽然可以获得丰富的频率信息, 但同时缩小了频率分量间

的间隔, 反而会引起更大的估计误差^[7]. 由于抽取具有增加频率间隔的能力^[8], 因此本文考虑在过采样的基础上进行二维抽取, 这样既保留了丰富的频率信息, 又增加了密集频率间的间隔, 可以大大提高对二维密集频率的估计精度.

本文首先利用四阶累积量能够抑制高斯有色噪声的特性^[9], 提出了一种改进的矩阵束方法, 对高斯有色噪声背景下的二维谐波频率进行了准确的估计. 然后利用二维抽取技术对其进行改进, 使其能够对高斯有色噪声背景下的二维密集频率进行准确的估计. 其中, 由于过采样数据的四阶累积量既抑制了有色噪声, 又具有与二维谐波信号相同的形式, 因此本文不直接对含噪观测数据进行抽取, 而是对其四阶累积量进行抽取, 大大提高了估计精度. 文章最后的仿真实验说明了本方法的有效性. 由于本文所提出的二维抽取技术实现简单, 只需在已有的二维谐波频率估计方法基础上附加少量的运算, 因此具有很强的移植性, 可以扩展应用于其它的二维频率估计方法.

2 基于四阶累积量的矩阵束方法

设二维谐波信号由 K 个分量叠加而成:

$$x(m, n) = \sum_{k=1}^K a_k \exp(j2\pi f_{k1}m + j2\pi f_{k2}n + j\varphi_k) \quad (1)$$

其中, $\{x(m, n)\}$ 包含 K 个二维谐波分量, a_k , φ_k , f_{k1} 和 f_{k2} 分别代表第 k 个谐波分量的幅值, 相位, 第一和第二维归一化频率. φ_k 是在 $[-\pi, \pi]$ 上服从均匀分布的随机变量. 在噪声背景下, 信号的观测值为:

$$y(m, n) = x(m, n) + w(m, n) \quad (2)$$

其中 $\{w(m, n)\}$ 为加性高斯有色噪声 (ACGN), 方差为 σ^2 .

由于四阶累积量具有抑制高斯噪声的能力, 因此采样信号的四阶累积量等于二维谐波信号的四阶累积量, 即

$$c_{4y}(\tau_1, \tau_2; \tau_3, \tau_4; \tau_5, \tau_6) = c_{4x}(\tau_1, \tau_2; \tau_3, \tau_4; \tau_5, \tau_6) \quad (3)$$

其中, 噪声的四阶累积量 $c_{4w} = 0$

$$\begin{aligned} c_{4x}(\tau_1, \tau_2; \tau_3, \tau_4; \tau_5, \tau_6) \\ = E\{x(m, n)x^*(m + \tau_1, n + \tau_2)x(m + \tau_3, n + \tau_4)x^*(m + \tau_5, \\ n + \tau_6)\} - E\{x(m, n)x^*(m + \tau_1, n + \tau_2)\}E\{x(m + \tau_3, n + \\ \tau_4)x^*(m + \tau_5, n + \tau_6)\} - E\{x(m, n)x(m + \tau_3, n + \tau_4)\}E \\ \{x^*(m + \tau_1, n + \tau_2)x^*(m + \tau_5, n + \tau_6)\} - E\{x(m, n)x^* \\ (m + \tau_5, n + \tau_6)\}E\{x(m + \tau_3, n + \tau_4)x^*(m + \tau_1, n + \tau_2)\} \\ = \sum_{k=1}^K a_k^4 \exp\{j2\pi(f_{k1}(\tau_3 - \tau_1 - \tau_5) + f_{k2}(\tau_4 - \tau_2 - \tau_6))\} \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4)可以看出, 当 $(\tau_1, \tau_2) = (\tau_5, \tau_6) = (0, 0)$, $(\tau_3, \tau_4) = (m, n)$ 时, 观测信号的四阶累积量为

$$c(m, n) = c_{4x}(0, 0; m, n; 0, 0) = \sum_{k=1}^K a_k^4 \exp\{j2\pi(f_{k1}m + f_{k2}n)\} \quad (5)$$

式(5)表明, 观测信号的四阶累积量具有与二维谐波信号相同的形式. 因此, 考虑将观测信号的四阶累积量 $c(m, n)$ 应用于文献[2]中所提出的矩阵束方法, 用以估计高斯有色噪声背景下的二维谐波频率.

首先, 构造矩阵

$$C = \begin{bmatrix} c(0, 0) & c(0, 1) & \cdots & c(0, N-1) \\ c(1, 0) & c(1, 1) & \cdots & c(1, N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(M-1, 0) & c(M-1, 1) & \cdots & c(M-1, N-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

为表示方便, 记 $y_k = \exp(j2\pi f_{k1})$, $z_k = \exp(j2\pi f_{k2})$, 可以将矩阵 C 表示为

$$C_{i_1 i_2} = \begin{bmatrix} c(i_1, i_2) & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \\ c(i_1 + \beta_1, i_2) & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2) & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{i_1 i_2}(0, 0) & c_{i_1 i_2}(0, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(0, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ c_{i_1 i_2}(1, 0) & c_{i_1 i_2}(1, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, 0) & c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C_{i_1 i_2} = \begin{bmatrix} c(i_1, i_2) & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \\ c(i_1 + \beta_1, i_2) & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1, i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2) & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2) & \cdots & c(i_1 + \beta_1(\frac{M}{\beta_1} - 1), i_2 + \beta_2(\frac{N}{\beta_2} - 1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{i_1 i_2}(0, 0) & c_{i_1 i_2}(0, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(0, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ c_{i_1 i_2}(1, 0) & c_{i_1 i_2}(1, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, 0) & c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, 1) & \cdots & c_{i_1 i_2}(\frac{M}{\beta_1} - 1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} y_1^0 & y_2^0 & \cdots & y_K^0 \\ y_1^1 & y_2^1 & \cdots & y_K^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1^{M-1} & y_2^{M-1} & \cdots & y_K^{M-1} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_K^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_K^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{M-1} & z_2^{M-1} & \cdots & z_K^{M-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A = \text{diag}(a_1^8, \dots, a_K^8)$$

为了分别求出各维频率分量, 构造矩阵

$$C_e = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \cdots & C_{M-p} \\ C_1 & C_2 & \cdots & C_{M-p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{p-1} & C_p & \cdots & C_{M-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{其中 } C_m = \begin{bmatrix} c(m, 0) & c(m, 1) & \cdots & c(m, N-q) \\ c(m, 1) & c(m, 2) & \cdots & c(m, N-q+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(m, q-1) & c(m, q) & \cdots & c(m, N-1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

对 C_e 进行奇异值分解

$$C_e = U D V^H = U_s D_s V_s^H + U_n D_n V_n^H \quad (11)$$

其中, U_s , D_s 和 V_s 含有 K 个主奇异值和相对应的奇异向量. 定义 $U_1 = U_s$ 去掉前 q 行, $U_2 = U_s$ 去掉最后 q 行, 则 U_1 和 U_2 的广义特征值计为二维谐波信号的第一维频率 f_{k1} . 引入矩阵 P 如文献[2]中所示, $U_{1p} = P U_1$ 去掉前 p 行, $U_{2p} = P U_2$ 去掉最后 p 行, 则 U_{1p} 与 U_{2p} 的广义特征值即为二维谐波信号的第二维频率 f_{k2} . 文献[5]中给出了一种简单的配对方法, 可以直接获得二维频率对 (f_{k1}, f_{k2}) .

3 基于二维抽取的密集频率估计方法

上面提出的基于四阶累积量的矩阵束方法, 在密集频率的情况下, 并不能给出准确的频率估计. 下面利用二维抽取技术对基于四阶累积量的矩阵束方法进行改进, 使其能够对高斯有色噪声背景下的二维密集频率进行准确的估计, 具体实现步骤如下所述.

对有色噪声背景下的观测数据进行过采样, 过采样序列为 $y(m, n)$, 二维采样频率分别为 $\{f_{\text{sample1}}, f_{\text{sample2}}\}$. 由于含噪观测值的四阶累积量不仅抑制了有色噪声, 且具有与二维谐波相同的形式, 因此本文不直接对过采样数据 $y(m, n)$ 进行抽取, 而选择对四阶累积量矩阵 C 进行抽取. 首先利用公式(5)计算过采样序列的四阶累积量, 并构造四阶累积量矩阵 C 如式(6)所示. 然后对矩阵 C 中的数据进行二维抽取, 二维抽取因子分别为 $\{\beta_1, \beta_2\}$, 抽取后的矩阵为

其中, $i_1 = 0, 1, \dots, \beta_1 - 1, i_2 = 0, 1, \dots, \beta_2 - 1$

为了保证抽取后的序列不失真, 二维抽取因子应满足

$$\beta_1 < f_{\text{sample1}} / (2f_1), \beta_2 < f_{\text{sample2}} / (2f_2) \quad (13)$$

其中,

$$f_1 = \max\{f_{k1}, k = 1, \dots, K\}, f_2 = \max\{f_{k2}, k = 1, \dots, K\}$$

将式(5)代入(12), 可得矩阵 $C_{i_1 i_2}$ 中的元素为

$$\begin{aligned} c_{i_1 i_2}(t_1, t_2) &= \sum_{k=1}^K -a_k^4 \exp\{j2\pi f_{k1}(t_1 \beta_1 + i_1)\} \exp\{j2\pi f_{k2}(t_2 \beta_2 + i_2)\} \\ &= \sum_{k=1}^K -a_k^4 \exp\{j2\pi(f_{k1} i_1 + f_{k2} i_2)\} \exp\{j2\pi \beta_1 f_{k1} t_1\} \\ &\quad \cdot \exp\{j2\pi \beta_2 f_{k2} t_2\} \\ &= \sum_{k=1}^K a'_k \exp\{j2\pi f'_{k1} t_1\} \exp\{j2\pi f'_{k2} t_2\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, 新的二维谐波信号幅值 $a'_k = -a_k^4 \exp\{j2\pi(f_{k1} i_1 + f_{k2} i_2)\}$, 新的二维谐波信号 $f'_{k1} = \beta_1 f_{k1}, f'_{k2} = \beta_2 f_{k2}, k = 1, 2, \dots, K, t_1 = 0, 1, \dots, M/\beta_1 - 1, t_2 = 0, 1, \dots, N/\beta_2 - 1$.

由式(14)可以看出, 经过二维抽取后的四阶累积量矩阵 $C_{i_1 i_2}$, 其二维谐波信号频率 $\{f'_{k1}, f'_{k2}\}$, 分别是原始信号频率 $\{f_{k1}, f_{k2}\}$ 的 β_1 和 β_2 倍, 因此增大了密集频率间隔. 同时, 为了得到更加准确的频率估计结果, 应该充分利用过采样所获得的频率信息, 因此将抽取后的矩阵序列 $\{C_{i_1 i_2}; i_1 = 0, 1, \dots, \beta_1 - 1, i_2 = 0, 1, \dots, \beta_2 - 1\}$ 进行如下线性组合

$$C_T = \sum_{i_1=0}^{\beta_1-1} \sum_{i_2=0}^{\beta_2-1} C_{i_1 i_2} \quad (15)$$

由式(14)可以看出, 对矩阵序列 $\{C_{i_1 i_2}\}$ 进行线性叠加运算后, 并不会改变矩阵中元素所具有的二维谐波信号形式. 因此用矩阵 C_T 来代替基于四阶累积量的矩阵束方法中的矩阵 C , 便可以估计出用抽取因子 $\{\beta_1, \beta_2\}$ 放大后的二维谐波信号频率 $\{f'_{k1}, f'_{k2}\}$, 也即获得了原始二维谐波信号频率 $\{f_{k1}, f_{k2}\}$.

综上所述, 本文所提出的基于抽取技术的二维密集频率估计方法, 可以分为以下几个步骤:

(1) 对有色噪声背景下的二维谐波信号进行过采样, 过采样序列为 $y(m, n)$.

(2) 计算过采样序列 $y(m, n)$ 的四阶累积量 $c(m, n)$, 并构造矩阵 C .

(3) 以抽取因子 $\{\beta_1, \beta_2\}$ 对矩阵 C 进行二维抽取, 获得矩阵序列 $\{C_{i_1 i_2}; i_1 = 0, 1, \dots, \beta_1 - 1, i_2 = 0, 1, \dots, \beta_2 - 1\}$, 并对其进行线性组合构造矩阵 C_T

$$C_T = \begin{bmatrix} C_T(0, 0) & C_T(0, 1) & \dots & C_T(0, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ C_T(1, 0) & C_T(1, 1) & \dots & C_T(1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_T(\frac{M}{\beta_1} - 1, 0) & C_T(\frac{M}{\beta_1} - 1, 1) & \dots & C_T(\frac{M}{\beta_1} - 1, \frac{N}{\beta_2} - 1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

(4) 构造矩阵

$$C_{T,e} = \begin{bmatrix} C_{T,0} & C_{T,1} & \dots & C_{T,\frac{M}{\beta_1}-p'} \\ C_{T,1} & C_{T,2} & \dots & C_{T,\frac{M}{\beta_1}-p'+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{T,\frac{M}{\beta_1}-p'-1} & C_{T,\frac{M}{\beta_1}-p'} & \dots & C_{T,\frac{M}{\beta_1}-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中

$$C_{T,m} = \begin{bmatrix} C_T(m, 0) & C_T(m, 1) & \dots & C_T(m, \frac{N}{\beta_2} - q') \\ C_T(m, 1) & C_T(m, 2) & \dots & C_T(m, \frac{N}{\beta_2} - q' + 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_T(m, q' - 1) & C_T(m, q') & \dots & C_T(m, \frac{N}{\beta_2} - 1) \end{bmatrix} \quad (18)$$

(5) 对 $C_{T,e}$ 进行奇异值分解, 如式(11)所示, 并按第二部分中所述方法依次求出用抽取因子 $\{\beta_1, \beta_2\}$ 放大后的二维谐波信号频率 $\{f'_{k1}, f'_{k2}; k = 1, 2, \dots, K\}$.

(6) 利用关系 $f'_{k1} = \beta_1 f_{k1}, f'_{k2} = \beta_2 f_{k2}$ 求解二维谐波信号频率 $\{f_{k1}, f_{k2}; k = 1, 2, \dots, K\}$.

4 仿真实验

为检验前述方法的可行性和对二维密集频率的高分辨性能, 进行 Monte Carlo 仿真实验. 假设信号模型为

$$y(m, n) = \sqrt{2} \exp\{j2\pi(f_{11}m + f_{21}n)\} + \sqrt{2} \exp\{j2\pi(f_{12}m + f_{22}n)\} + w(m, n)$$

其中, $w(m, n)$ 为服从高斯分布的有色噪声, 方差为 σ^2 . 信噪比定义为 $\text{SNR} = -10 \log \sigma^2$.

实验 1 本实验将验证基于四阶累积量的矩阵束方法 (Cumulant based Matrix Pencil—CMP), 在有色噪声背景下频率估计性能. 二维信号频率分别为 $f_{11} = 0.2, f_{21} = 0.36, f_{12} = 0.4, f_{22} = 0.24$, 以频率 1 采样, 采样点 $y(m, n)$ 所组成的观测值矩阵大小为 64×64 .

在信噪比 $\text{SNR} = 0\text{dB}$ 的情况下, 分别采用本文提出的基于四阶累积量的矩阵束方法 (CMP) 和经典的矩阵束方法 (MP)^[2] 估计二维谐波频率, 100 次独立 Monte Carlo 仿真实验结果分别如图 1 和图 2 所示. f_1 和 f_2 分别代表二维谐波的第一维与第二维频率. 由图 1 和图 2 可以看出, 在有色噪声背景下, 文献[2]所提出的矩阵束方法失效, 而本文所提出的基于四阶累积量的矩阵束方法, 则可以给出精确的频率估计.

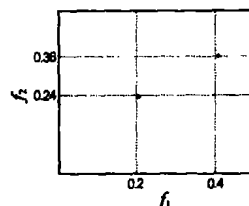


图 1 CMP 方法估计结果

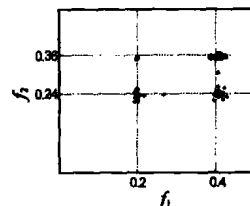


图 2 MP 方法估计结果

在不同信噪比下, CMP 方法与 MP 方法的估计性能比较如图 3 所示. 图中给出了估计均方误差随信噪比变化的曲线, 其中最上面的两条曲线为 MP 方法的估计误差曲线, 最下面

的两条曲线为 CMP 方法的估计误差曲线。由于本实验假设信号模型包含两对频率, 因此图中均方误差 (Mean Squared Error—MSE) 定义为: 从图中可以看出, 在有色噪声背景下本文提出的方法明显优于文献[2]中的方法, 且在较低的信噪比下仍能准确地估计信号频率。

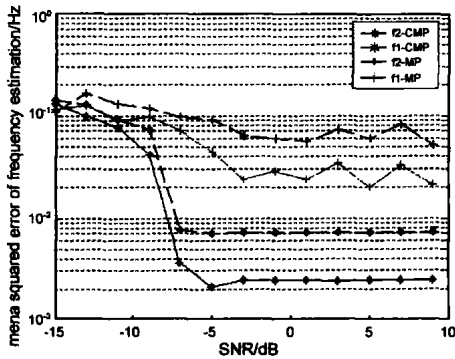


图 3 CMP 和 MP 方法估计性能随信噪比变化曲线

实验 2 本文提出的基于四阶累积量的矩阵束方法, 并不适于估计密集频率。因此本文利用二维抽取的方法, 对其进行改进, 进而提出了基于二维抽取的改进的矩阵束方法 (Decimation based CMP—DCMP)。本实验旨在验证有色噪声背景下 DCMP 方法估计二维密集频率的有效性。实验中 $f_{11} = 0.02$, $f_{21} = 0.036$, $f_{12} = 0.04$, $f_{22} = 0.024$, 为满足过采样要求以频率 1 采样, 采样点 $y(m, n)$ 所组成的观测值矩阵大小为 128×128 , 二维抽取因子 $\beta_1 = \beta_2 = 10$ 。

在信噪比 $\text{SNR} = 0\text{dB}$ 的情况下, 分别采用 CMP 方法和 DCMP 方法估计二维密集谐波频率, Monte Carlo 仿真实验结果分别如图 4 和图 5 所示, f_1 和 f_2 分别代表二维谐波频率的第一维与第二维频率。由图 4 和图 5 可以看出, 在有色噪声背景下, CMP 方法失效, 而利用二维抽取方法改进后的 DCMP 方法精确的估计出二维密集频率。

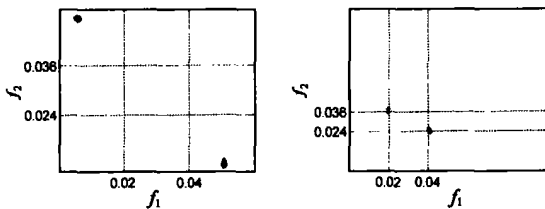


图 4 CMP 方法估计二维密集频率 图 5 DCMP 方法估计二维密集频率

在不同信噪比下, CMP 方法与 DCMP 方法的估计性能比较如图 6 所示。图中给出了估计均方误差随信噪比变化的曲线。从图中可以看出, CMP 方法的频率分辨率已无法满足密集频率的要求, 即使在较高的信噪比下也无法准确地估计出密集频率。而 DCMP 方法则通过二维抽取因子提高了对二维密集频率的估计精度, 大大改善了算法的估计性能。

实验 3 进行二维抽取时, 抽取因子的选取至关重要, 直接关系到算法对密集频率的估计精度。为了保证抽取后的序列不失真, 抽取因子应首先满足式(13)的要求, 使抽取后的序列仍满足采样定理。由于抽取后频率被放大的倍数与抽取因子的大小成正比, 因此在满足式(13)的前提下, 在一定范围内

抽取因子越大则频率的分辨率就越高。但抽取因子也不宜过大, 由式(14)可以看出, 抽取因子越大则抽取后序列的长度越短, 这在一定程度上会影响频率估计的精度。而且随着抽取因子的不断增大, 抽取后序列的频率被放大到一定程度后, 考虑到算法本身的局限, 频率估计精度不再会有大的提高。图 7 反映了抽取因子对频率估计精度的影响, 实验中为方便分析取 $\beta_1 = \beta_2$, 其它参数的先取与实验 2 相同。从图中可以看出, 实验结果与上述理论分析是一致的, 即频率估计精度随抽取因子的增大而提高, 但估计精度提高的速率呈递减趋势, 当抽取因子增大到 5 后, 估计精度不再有很大的变化。

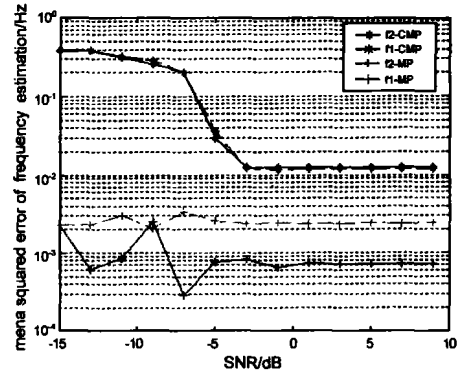


图 6 CMP 和 DCMP 方法估计性能随信噪比变化曲线

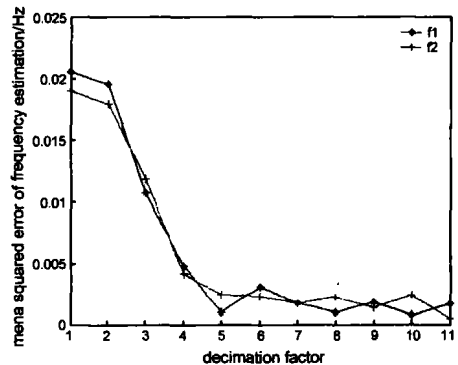


图 7 抽取因子 (decimation factor) 对 DCMP 方法估计精度的影响

5 结论

本文主要讨论了有色噪声背景下的二维密集频率估计问题。首先, 利用四阶累积量能够抑制高斯有色噪声的特性, 提高了一种改进的矩阵束方法, 对高斯有色噪声背景下的二维谐波频率进行了准确的估计。然后, 鉴于这种算法对密集频率估计失效的问题, 在二维密集频率估计问题中引入了二维抽取技术, 利用抽取因子放大密集频率, 增大频率间隔, 获得了一种基于二维抽取技术的密集频率估计新方法。仿真实验表明, 利用二维抽取技术改进后的方法可以准确的估计有色噪声背景下的二维密集频率, 与现有的二维频率估计方法相比, 估计精度大大提高。

由于本文提出的二维抽取技术仅需在二维频率估计算法的基础上附加少量运算, 因此不难推广应用于其它的二维频率估计算法, 以期获得更好的密集频率估计效果。

参考文献:

- [1] S Rouquette, M Najim. Estimation of frequencies and damping factors by two dimensional Esprit type method[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(1): 237- 245.
- [2] Y Hua. Estimating two dimensional frequencies by matrix enhancement and matrix pencil[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1992, 40(9): 2268- 2280.
- [3] J J Sacchini, W M Steedly, R L Moses. Two dimensional Prony Modeling and Parameter Estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1993, 41(11): 3127- 3136.
- [4] H W Ibrahim, R R Gharieb. Estimating two dimensional frequencies by a cumulant based FBLP method[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(1): 262- 266.
- [5] Wang Fei, Wang Shuxun, Dou Huijing. Estimating two dimensional frequency pairs by extended ESPRIT type method[A]. ICCT 2003 International Conference on Communication Technology[C]. Beijing: ICCT, 1464- 1468.
- [6] H B Lee. The Cramer rao bound on frequency estimate of signals closely spaced in frequency[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1992, 40: 1508- 1517.
- [7] B Hader, T Kailath. Efficient estimation of closely spaced sinusoidal frequencies using subspace based methods[J]. IEEE Signal Processing Letter, 1997, 4(2): 49- 51.
- [8] 胡广书. 数字信号处理: 理论与算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003. 409- 417.
- [9] 张贤达. 时间序列分析- 高阶统计量方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996. 1- 20.

作者简介:

李靖女, 1980 出生, 2002 年获吉林大学通信工程学院学士学位, 现为吉林大学通信工程学院硕士研究生, 主要研究方向为二维谐波参量估计, 多项式相位信号瞬时频率估计等.

王树勋男, 1946 出生, 教授, 主要研究方向为信号处理及其在计算机领域的应用, 现已发表 90 多篇论文, 并已有 3 篇专著.